

## DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DISIPACIÓN DE UN PÉNDULO DETERMINATION OF A PENDULUM'S DISSIPATION COEFFICIENT

A. R. TICONA BUSTILLOS & G. M. RAMÍREZ ÁVILA

Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés  
La Paz – Bolivia

### RESUMEN

Usando un sensor de posición se toman datos de las oscilaciones de un péndulo amortiguado. Analizando las características del péndulo se determina su coeficiente de disipación.

*Descriptors:* procedimientos de laboratorio — dinámica de la partícula

Código(s) PACS: 06.30.Bp, 45.40.f

### ABSTRACT

Using a position gauge we register data from the oscillations of a damped pendulum. We analyze the pendulums characteristics and determine its dissipation coefficient.

*Subject headings:* laboratory procedures — dynamics of the particle

### 1. INTRODUCCIÓN

El movimiento armónico simple (MAS) encuentra aplicaciones en muchas ramas de la física; sin embargo, la primera dificultad con la que se tropieza al comparar sus resultados con oscilaciones reales, es la disipación de energía mecánica debida a la interacción de estos sistemas con el medio viscoso que los rodea. Esto hace que los sistemas reales sólo obedezcan por un tiempo relativamente corto los resultados de las soluciones del MAS.

El problema de introducir el término de disipación (que puede ser función de la velocidad, de la masa y forma del objeto, así como de la viscosidad del medio) en las ecuaciones está en que éstas ya no son sencillas pues pierden su carácter lineal y por tanto, la solución de las mismas no es inmediata y se deben recurrir a aproximaciones o directamente a la resolución numérica de las ecuaciones.

En este trabajo, se presenta un ejemplo de cómo medir directamente este coeficiente mediante las oscilaciones de un péndulo cuya lenteja puede ser considerada como un objeto puntual, utilizando un sensor de movimiento que nos da la posición de la lenteja del péndulo en función del tiempo. Este trabajo surge como parte de la investigación realizada en el estudio de péndulos acoplados (Ticona Bustillos & Ramirez Avila 2008).

### 2. PÉNDULO CON DISIPACIÓN

Se considera un péndulo con masa puntual, como se muestra en la Fig. 1. Las fuerzas que actúan sobre este objeto son el peso y la fuerza de disipación por parte del aire. Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección del movimiento, se tiene:

$$-mg \sin \theta - bv = ma \quad (1)$$

Pero la aceleración se puede expresar en función del desplazamiento angular como:

$$a = l \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (2)$$

Además, considerando desplazamientos angulares pequeños para los cuales se cumple  $\sin \theta \approx \theta$ , la ecuación se reduce a:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \theta - \frac{b}{ml} \frac{d\theta}{dt}, \quad (3)$$

que tiene una solución conocida y detallada en libros de física general (Halliday & Krane 1998; Serway 1997; Tipler 1995) dada por:

$$\theta = \theta_M e^{-\frac{b}{2ml} t} \cos(\omega t + \phi) \quad (4)$$

donde  $\theta_M$  es la amplitud,  $\phi$  es el ángulo de fase y  $\omega$  la frecuencia angular dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l} - \left(\frac{b}{2ml}\right)^2} \quad (5)$$

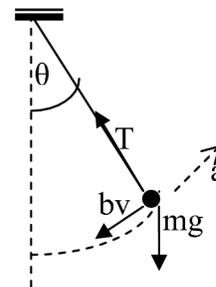


FIG. 1.— Diagrama de fuerzas y aceleración para el péndulo con disipación.

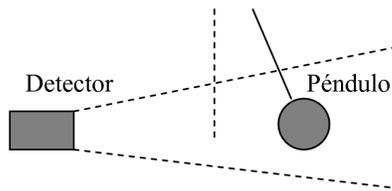


FIG. 2.— Sistema de detección de posición del péndulo.

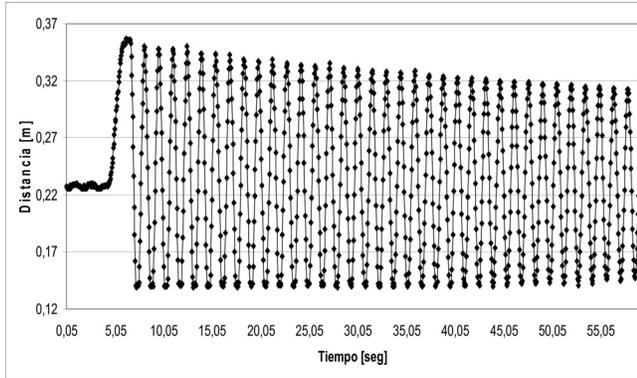


FIG. 3.— Distancia en función del tiempo para el péndulo.

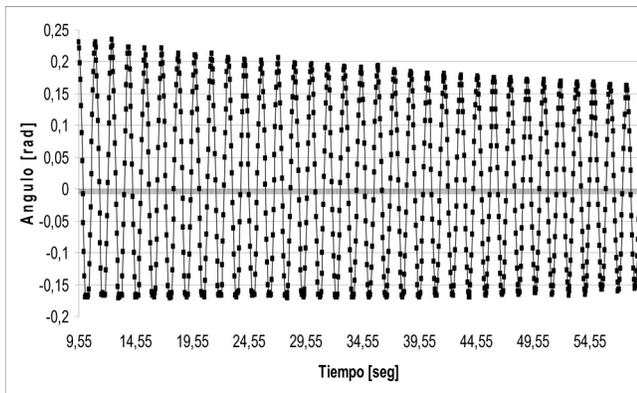


FIG. 4.— Ángulo del péndulo en función del tiempo.

La frecuencia angular es menor a la del péndulo sin amortiguamiento, debido a la interacción con el medio viscoso.

### 3. MEDIDA DEL COEFICIENTE DE DISIPACIÓN

Utilizamos un sensor de posición PASCO, el cual toma datos de la distancia de un objeto a partir de un nivel de referencia, como se muestra en la Fig. 2. Estos datos son enviados a una computadora.

Se utilizó un péndulo de  $53.0\text{ cm}$  de largo y  $150.0\text{ g}$  de masa. La aceleración debida a la gravedad en la ciudad de La Paz se considera igual a  $9.775\text{ m/s}^2$ . Los datos obtenidos se muestran en la Fig. 3. En estos datos, se puede observar

que las distancias muy cercanas al detector no son obtenidas correctamente debido a la propia sensibilidad del detector; además, existen algunos casos en los que el péndulo no es detectado cuando está en la máxima distancia, dándonos el dato de la pared que está a mayor distancia.

Como se conoce el largo del péndulo, se pueden transformar estos datos a ángulos con lo que se obtiene el gráfico de la Fig. 4, donde sólo se consideran los datos a partir del movimiento del péndulo; en estos datos también se realizó un desplazamiento desde el nivel de referencia mostrado en la Fig. 3.

En la ecuación (4) se pueden considerar solamente los máximos de las oscilaciones, es decir, los puntos en los cuales el coseno es igual a la unidad. En ese caso sólo nos quedamos con la parte exponencial del comportamiento.

De igual manera, esto puede ser realizado con los datos obtenidos con el detector, tanto en las distancias mínimas como en las máximas. Como mencionamos antes, las distancias menores tienen un problema debido al detector, por lo cual sólo consideramos las distancias máximas en cada oscilación. De esta manera, se puede obtener el ajuste exponencial mostrado en la Fig. 5.

Para obtener la Fig. 5, algunos de los puntos han sido eliminados, ya que quedaban fuera de la línea de ajuste, debido a las circunstancias ya explicadas.

A partir de este ajuste podemos determinar que el valor del coeficiente de disipación es igual a  $0,013\text{ kg/s}$ .

### 4. CONCLUSIONES

Este método nos brinda una forma muy sencilla de calcular el coeficiente de disipación de un objeto relativamente pequeño, sin tomar en cuenta medidas de los factores geométricos ni la viscosidad del fluido.

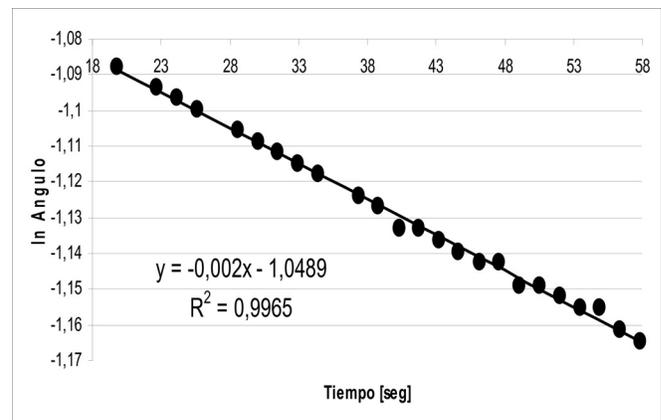


FIG. 5.— Ajuste exponencial del ángulo en función del tiempo.

### REFERENCIAS

Halliday, R. & Krane. 1998, Física, vol. 1, cuarta ed. (CECSA)  
Serway, R. 1997, Física, vol. 1, cuarta ed. (McGraw-Hill)

Ticona Bustillos, A. R. & Ramirez Avila, G. M. 2008, RBF, 14, 121  
Tipler. 1995, Física (Reverté)